

基于二叉树模型的可转债定价： 定价偏差的影响因素分析

蒋崇辉^{a,b}, 奉琳竣^a

(江西财经大学 a. 金融学院; b. 金融发展和风险防范研究中心, 江西 南昌 330013)

摘要:对可转债进行准确定价不管是在学术界还是在业界都是非常重要的问题。选择我国49只可转债为样本,在基于二叉树模型对可转债进行定价的基础上,进一步从影响可转债理论价格和市场价格两个角度实证分析影响定价偏差率的因素。结果发现:(1)由二叉树模型得到的理论价格平均而言高于可转债的市场价格,理论价格高出市场价格约2%,且随着二叉树步数的增加,定价偏差率的均值和中位数呈下降趋势;(2)代表个别可转债市场行情的纯债溢价率和代表整个可转债市场行情的指数累计收益率对定价偏差率产生显著的负向影响,而代表债券投资风险的信用评级和剩余时间对定价偏差率产生显著的正向影响。

关键词:可转债定价;二叉树;定价偏差;影响因素

中图分类号:F830.91 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-0098(2021)01-0021-10

一、引言

可转换债券(简称为可转债)是一种赋予购买者在一定期间以一定比例(转换比例)将债券转换为标的股票权力的信用债券。众所周知,对可转债进行准确定价不管是对发行人还是投资者都非常关键。然而,一方面由于可转债兼具债券和股票的性质,而且可转债的这两个价值组成部分又相互影响;另一方面由于可转债中包含有多种形式的期权(如转股权、赎回权、回售权以及转股价格修正条款等),而且这些期权还具有标的股票价格路径依赖的特征,使得对可转债的准确定价变得非常困难。

目前文献中对可转债定价的方法主要包括有三类:第一类是旨在得到可转债定价封闭解的解析法。在这类方法中,有学者将公司价值作为转股期权的标的变量,进而运用 Black-Scholes 期权定价的逻辑和方法,导出可转债的理论价格(Ingersoll, 1977; Brennan and Schwartz, 1977, 1980; Finnerty, 2015; 陈晓红等, 2007)^[1-5];而另一些学者认为公司价值是不可交易资产,在实践中难以进行参数估计,因此他们提出以股票价值为标的变量的定价模型(McConnell and Schwartz, 1986)^[6]。不管是以公司价值作为期权标的变量还是以股票价值作为标的变量,在这些定价方法中,学者们没有将除转股期权之外的其他的附属期权纳入定价过程,也没有将与期权执行有关的路径依赖特征考虑进来,因而,得到的定价公式以及根据定价公式计算得到的定价结果是粗糙的。

第二类方法旨在通过数值计算的途径得到可转债的价值,其主要包括有限差分法^[2,3,7]、有限元法^[6,8,9,10]、二叉树法^[11-14,16]、三叉树法^[17-19]以及柳树法^[20]。相对于解析法,数值计算方法的优点在于其能将除转股期权之外的其他的附属期权都纳入定价当中;然而,与解析法类似,这些数值计算方法也很难将与

收稿日期:2020-03-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71961007, 71471029);江西省高校人文社会科学重点研究基地项目(JD18093)

作者简介:蒋崇辉(1980-),男,湖南永州人,博士,教授,博士生导师,研究方向为金融工程。

期权执行有关的路径依赖特征考虑进来。第三类为蒙特卡洛模拟法^[21-27]。模拟法通常假设标的股票价格服从某一随机过程,然后生成大量的股票价格路径,在此基础上,再采用逆向倒推的方法最终得到可转债价值。理论上讲,模拟法能有效克服解析法和数值计算法的缺陷,较处理好路径依赖问题,但只有在模拟的股价路径数量非常大的情况下,才能得到较为可靠的结果,而随着股票价格路径数量的增加,计算过程将变得非常耗时,以至于现有的用模拟法对可转债定价的文献中鲜有考虑路径依赖特征^[21]。

相对于解析法的粗糙和模拟法的耗时,数值计算方法显得更简单有效,正因为如此,本文采取二叉树方法对我国可转债定价进行实证分析。具体而言,我们选择截止到 2019 年 2 月 1 日已上市交易满一年、且仍处在上市状态、并且在交易期限中不存在超过一年停牌现象的可转债为样本(共 49 只),将样本债券自上市日开始直到 2019 年 2 月 1 日的每个交易日作为定价点(共 17196 定价点),使用二叉树模型计算定价点的理论价格,通过将理论价格和定价点的市场价格进行比较,计算和分析定价偏差率的大小。

由于定价偏差率是将理论价格和市场价格进行比较得到,因此,凡是影响可转债理论价格或市场价格的因素都会对定价偏差率产生影响。就本文采取的二叉树定价方法而言,不同的二叉树模型的步数必然会得到不同的理论价格,进而对定价偏差率产生影响。此外,学者们深知可转债的市场特征会影响投资者行为,进而会影响市场价格,因此,这些影响投资者行为的因素也会对定价偏差率产生影响。比如,Amman et al. (2003, 2008)^[14,15]主要考察了纯债溢价率和债券的信用级别对定价偏差率的影响;Batten et al. (2018)^[28]则从可转债剩余期限和信用等级等方面分析影响定价偏差率的因素。刘峨平和韦科帆(2006)^[12]研究发现可转换债券是否处于转换期、可转债剩余期限、内嵌期权的价值状态以及转股价等因素均对定价偏差产生显著影响。郑振龙和林海(2004)^[29]甚至将可转债的定价偏差归咎于市场无效。虽然现有的文献都有发现上述因素对定价偏差率产生影响的证据,然而,这些文献在揭示各因素对定价偏差率的影响机理方面仍然不够清晰,而且不同的文献得到的结果也并不一致。

基于此,本文一方面从影响可转债理论价格的角度,考察不同二叉树模型的步数对定价偏差率的影响;此外,我们还从影响投资者行为,进而影响可转债市场价格的角度,考察了可转债市场行情特征和投资风险特征对定价偏差率的影响。结果发现,第一,平均而言,由二叉树模型得到的可转债理论价格高于市场价格,理论价格平均高出市场价格约 2%,且随着二叉树模型步数的不断增加,定价偏差率呈下降趋势。其次,通过回归分析,我们发现代表个别可转债市场行情的纯债溢价率以及代表整个可转债市场行情的指数累计收益率对定价偏差率产生显著的负向影响;而代表投资可转债风险的信用级别以及剩余期限均对定价偏差率产生显著的正向影响。

本文贡献主要表现在以下两个方面:第一,选择了 49 只可转债“从上市日开始直到 2019 年 2 月 1 日”的多个交易日作为定价样本点进行实证分析,这使得能够得到足够多的定价结果来计算和分析定价偏差率的大小,这相对于现有考察中国可转债定价的实证分析中只包含少数几只可转债或考察较短定价期间的情况更具有可信度和说服力。第二,同时从影响定价结果和可转债市场价格的两个角度分析了影响定价偏差率的因素,进而拓宽了分析影响可转债定价偏差率的空间。

后文的结构安排如下:第二部分一方面简述二叉树模型在可转债定价中的步骤和过程,并描述了二叉树定价的实证设计;第三部分是从可转债市场行情特征和可转债投资风险两个方面分析影响定价偏差率的因素,并描述对应变量的计算;第四部分为实证结果及其分析;第五部分总结全文。

二、定价方法和样本选择

(一)可转债定价的二叉树方法

1. 可转债中最优期权执行决策分析

在运用二叉树方法对可转债进行定价的过程中,分析可转债中各种期权执行的最优决策是对可转债进行准确定价的前提。基于此,首先分析可转债中最优期权执行决策问题。

考虑一个期限为 T ,面值为 F ,票面利率为 i ,内嵌有转股、赎回和回售的可转债的定价问题,为了描述的方便,我们忽视了股价向下修正条款所包含的期权。通常而言,在我国可转债的设计过程中,转换期和赎

回期是一致的,而回售期是转换期和赎回期的子集。基于此,我们假设该债券的转换期(Ω_{conv})和赎回期(Ω_{call})为 $\Omega_{\text{conv}} = \Omega_{\text{call}} = [T_1, T]$,回售期 $\Omega_{\text{put}} = [T_2, T]$,其中, $T > T_2 > T_1$,如图1所示。对于任意的时刻 t ,首先,假设 t 时刻标的股票的价格、转股价格以及转换比例分别为 S_t , K_t 和 n_t ;其次,进一步假设债券预期未来收益贴现到当前时刻的价值为 V_t , V_t 可以理解为没有任何期权被执行而可转债被继续持有的价值。基于以上假设,接下来我们分析不同时刻各期权的最优执行决策,以及对应的收益(payoff)。

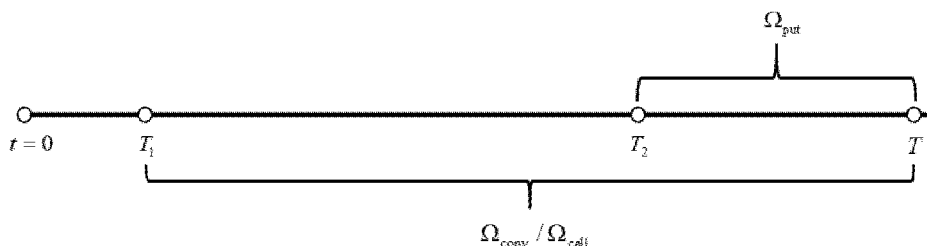


图1 可转债转换期、赎回期以及回售期之间的关系

当 $t = T$,一方面债券持有人既可以选择执行转换期权,得到转换价值 $n_T S_T$,也可以选择“持有债券到期”,得到纯债价值 V_T 。通常而言,依据可转债的到期赎回条款,可转债到期时发行人会以“到期赎回价格”赎回可转债,而这一价格介于回售价格与赎回价格之间,当债券到期时,投资者仅面临被发行人以到期赎回价赎回或转股两种选择,则赎回权和回售权均没有价值,所以,这里并没有考察债券到期时这两种权利。因而,此时可转债给债券持有人带来的收益为 $\max(V_T, n_T S_T)$ 。

当 $t \neq T \in \Omega_{\text{put}}$,此时债券持有人既可以选择执行转换期权,得到转换价值 $n_t S_t$,也可以选择执行回售期权,得到回售价格 P_t ,还可选择继续持有可转债,其价值 V_t ;另一方面,债券发行人可以选择执行赎回期权,此时债券持有人得到赎回价格 C_t 。为简化起见,当可转债中某一期权被执行时,我们均假设应计利息均包含在对应的价格当中。为了便于分析,我们分两类情况进行讨论:第一类情况是债券发行人执行期权给投资者带来的价值大于债券持有人执行期权的价值,即 $C_t \geq \max(n_t S_t, P_t)$;第二类情况是债券发行人执行期权给投资者带来的价值小于债券持有人执行期权的价值,即 $C_t < \max(n_t S_t, P_t)$ 。表1展示了不同情况下可转债中期权的最优执行情况以及给债券持有人带来的收益。

表1 当 $t \neq T \in \Omega_{\text{put}}$ 时可转债中最优期权执行分析

期权执行情况分析		收益
第一类情况: $C_t \geq \max(n_t S_t, P_t)$		
$C_t \geq \max(n_t S_t, P_t) \geq V_t$	债券发行人不会选择执行赎回权,债券持有人选择执行转股权或回售权	$\max(n_t S_t, P_t)$
$C_t \geq V_t \geq \max(n_t S_t, P_t)$	债券发行人和持有人均不会选择执行期权	V_t
$V_t \geq C_t \geq \max(n_t S_t, P_t)$	债券发行人会选择执行期权,债券持有人欣然接受债券被赎回。	C_t
第二类情况: $C_t < \max(n_t S_t, P_t)$		
$C_t < \max(n_t S_t, P_t) \leq V_t$	债券发行人会选择执行赎回期权,但如果债券被赎回还不如债券持有人执行期权得到的收益多,所以,此时债券持有人会被迫执行期权。	$\max(n_t S_t, P_t)$
$C_t \leq V_t < \max(n_t S_t, P_t)$	债券发行人会选择执行赎回期权,但如果债券被赎回还不如债券持有人执行期权得到的收益多,所以,此时债券持有人会被迫执行期权。	$\max(n_t S_t, P_t)$
$V_t \leq C_t < \max(n_t S_t, P_t)$	债券发行人不会选择执行赎回期权,债券持有人会选择执行期权。	$\max(n_t S_t, P_t)$

当 $t \in \Omega_{\text{conv}} \cap \overline{\Omega_{\text{put}}}$,此时债券持有人可以选择执行转换期权,得到转换价值 $n_t S_t$,也可选择继续持有可转债,其价值 V_t ;另一方面,债券发行人可以选择赎回期权,此时债券持有人得到赎回价格 C_t 。运用和前面一样的分析逻辑,此时,可转债给债券持有人带来的收益为 $\max(\min(V_t, C_t), n_t S_t)$ 。

当 $t \in \overline{\Omega_{\text{conv}}}$ 时,债券持有人和发行人都不能执行任何期权,所以,可转债给债券持有人带来的收益为 V_t 。

综上所述,在给定时刻 t ,可转债给债券持有人带来的收益可以表示为:

$$payoff_t = \begin{cases} V_t & t \in [0, T_1) \\ \max(\min(V_t, C_t), n_t S_t) & t \in [T_1, T_2) \\ \max(\min(V_t, C_t), n_t S_t, P_t) & t \in [T_2, T) \\ \max(V_t, n_t S_t) & t = T \end{cases} \quad (1)$$

2. 二叉树定价的步骤

运用二叉树模型对可转债进行定价可以概括为以下三个步骤:第一,构建可转债标的股票的价格二叉树。假设在定价点标的股票的价格为 S_0 , Δt 时间后,股票价格可能上涨到 $S_0 u$,也可能下跌到 $S_0 d$,基于 Cox 等(1979)^[30]的框架,在风险中性的世界里,股票价格上涨的概率 p ,以及参数 u 和 d 分别可以表示为,

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, d = \frac{1}{u} \quad (2)$$

式(2)中 r 为无风险利率, σ 为标的股票价格的波动性。考虑到同一时间点上不同的可转债具有不同的剩余时间,以及同一只可转债在不同的定价点也具有不同的剩余时间,为了避免债券的剩余时间不能被二叉树步长整除的情况,我们在后面定价过程中通过设定二叉树的步数而不是步长来构建股价二叉树进而对可转债进行定价。比如,我们考虑一个剩余期限为 τ 的可转债,我们令二叉树的步数为 N ,则步长 $\Delta t = \frac{\tau}{N}$ 。

第二个步骤就是要生成与股价二叉树对应的贴现率的二叉树。为了得到贴现率的二叉树,我们首先从债券到期日开始分析,对于债券到期日的每一个节点(对应二叉树的第 N 列的每一个节点),分析各节点上是否有期权被执行,如果分析的节点上没有期权被执行,则该节点上使用的贴现率为与可转债具有相同信用级别的信用债券的贴现率;如果分析节点上有期权被执行,则该节点上使用无风险利率。其次,同一列上任意两个相邻节点之前一个节点的贴现率则为这两个相邻节点上贴现率的概率加权,这个概率分别为风险中性世界中股价上涨和下跌概率, p 和 $1 - p$ 。依此类推,直到定价点为止,这样我们就得到与股价二叉树对应的贴现率的二叉树。

第三个步骤就是通过逆向倒推法计算并生成可转债价值的二叉树。具体而言,首先确定可转债到期时二叉树上各节点的价值;其次,通过逆向倒推法计算任意同一列上两个相邻节点之前一个节点的债券价值(V_t);最后,反复使用最优期权执行分析和逆向倒推法,直到得到定价点上可转债的价值为止,定价点上可转债的价值即为可转债的理论价格。

(二)可转债二叉树定价的实证设计

1. 步数的选择

前面已经提及,为了避免可转债的剩余时间不能被二叉树步长整除的情况,直接设定二叉树的步数而不是步长来对可转债进行定价。为了分析二叉树步数对定价偏差的影响,分别考察了步数为 200 步、400 步、800 步、1600 步、3200 步以及 6400 步六种情形下的定价结果。

2. 波动率的估计和贴现率的选取

在构造可转债标的股价二叉树过程中,需要估计股价波动率。和现有的研究类似,我们采用定价点之前 1 年的股票日收益率数据来估计可转债标的股票价格的波动率^[12,26]。

此外,在构造贴现率的二叉树模型中,需要用到无风险利率和与可转债具有相同信用级别的贴现率。具体而言,我们选择与定价点上可转债剩余期限相同的国债到期收益率作为无风险利率;选择与可转债剩余期限相同且信用等级相同的企业债券的到期收益率作为对应可转债的贴现率。这两方面的数据分别来自同花顺 iFinD 经济金融数据库中的中债国债到期收益率曲线和中债企业债到期收益率曲线。

3. 可转债中各期权条款的处理

我国可转债中包含的赎回权、回售权均带有路径依赖的特色。然而,在二叉树的定价过程中,我们难以考虑与赎回和回售权相关的路径依赖问题,所以我们将赎回权与回售权视为两个障碍期权来对待,进而将这些期权条款纳入二叉树模型,以便能够最大程度地降低定价误差。

(三) 样本选择

我们选择截止到2019年2月1日已上市交易满一年、且仍处在上市状态、并且在交易期限中不存在超过一年停牌现象的可转债进行定价实证分析。之所以按照这样的规则选择样本,主要是考虑到以下两个方面的原因:第一,上市未满一年的可转债价值易受到市场情绪等因素影响;第二,存在一年以上的停牌现象的可转债难以连续反映其价值变化。我们最终选择了49只可转债作为定价的样本债券,其中沪市19只,深市30只。

对于每一只样本债券,我们选择自债券上市日到2019年2月1日的每一个交易日作为定价的样本点,如此,本文一共考察了17196个定价样本点,各定价样本点上股票价格以及定价点之前1年股票日收益率数据均来自RESSET金融研究数据库。

(四) 定价偏差的衡量

我们假设通过二叉树模型得到各样本定价点上的理论价格为 P_1 ,定价点上对应可转债收盘价为 P_2 ,则我们定义定价偏差率 $Bias$ 如下:

$$Bias = \frac{P_1 - P_2}{P_2} \times 100\% \quad (3)$$

由式(3)可知,当 $Bias > 0$ 时,表明理论价格大于市场价格,此时市场价格相对于理论价格存在低估的现象;相反,当 $Bias < 0$ 时,表明理论价格小于市场价格,此时市场价格相对于理论价格存在高估的现象。

三、影响定价偏差率的因素分析

基于式(3)可转债定价偏差率的定义,凡是影响可转债理论价格和市场价格的因素均会对定价偏差率产生影响。前面已经提及,基于本文所采取的二叉树模型,二叉树模型的步数会影响可转债的理论价格,进而会影响定价偏差率。此外,我们还从影响可转债市场价格的角度,分析可转债的市场行情特征和投资风险特征两方面因素对市场价格进而定价偏差率的影响。

(一) 可转债市场行情特征

通常而言,良好的市场行情会增加投资者对可转债的需求,在可转债数量一定的情况下,必然会推高可转债的市场价格,从而降低可转债的定价偏差率。相反,当可转债市场行情较差,投资者对可转债的需求将减少,导致可转债的市场价格下降,从而使定价偏差率上升。因此,可转债市场行情特征会对定价偏差率产生负向影响。

具体而言,可转债的市场行情既包括个债的市场行情也包括总体市场行情,很显然,可转债的市场价格既会受到总体市场行情的影响,更会受到个债市场行情的影响。为了同时考察这两方面行情特征对定价偏差率的影响,我们选择可转债的纯债溢价率(用 $Moneyness$ 表示)来衡量个债的市场行情^[14,20]。可转债的纯债溢价率是指可转债市场价格高于其纯债部分价值的比例,定义如下:

$$Moneyness = \frac{\text{债券市价} - \text{纯债价值}}{\text{纯债价值}} \quad (4)$$

由式(4)可知,当纯债溢价率较高时,表明可转债的市场价格较高或纯债价值在可转债的市场价格中占比较低,这表明该可转债的市场行情较好,而当纯债溢价率较低时,情况则相反,表明该可转债的市场行情较差。根据前面的分析,变量 $Moneyness$ 预期的回归系数符号为负。

其次,我们还选择可转债市场指数在过去一段时间内(过去30个交易日)的累计收益率(用 $Ridx$)来衡量总体市场行情,定义如下:

$$Ridx = \prod_{i=-30}^{-1} (1 + r_i) - 1 \quad (5)$$

式(5)中, r_i 代表的是可转债指数过去第 i 个交易日的收益率。显然,过去一段时间内的累计收益率越高,表明可转债总体市场行情越好,反之,则行情越差。之所以选择过去一段时间内指数的累计收益率而不是定价点当天的指数收益率,是因为:(1)当天指数收益率和个债纯债溢价率会有较高相关性;(2)累计收益率能够更好地反映可转债市场变化的趋势。根据前面的分析,变量 $Ridx$ 预期的回归系数符号也为负。

(二) 可转债投资风险

投资可转债面临的风险越大,作为风险厌恶的投资者将会降低对该债券的投资需求,可转债的市场价格将会走低,使得定价偏差率上升;相反,当投资可转债面临的风险较小时,定价偏差率将会下降。因此,可转债投资风险越大,定价偏差率也会越大。

作为信用类债券,可转债的投资风险主要体现为信用风险,因而,可以由信用评级来描述。在我们收集的样本中,债券的信用评级包括 AAA, AA+, AA 以及 AA-。故而我们定义 CreditClass 变量,并定义当债券的信用等级为 AAA 时,取值为 1;信用等级为 AA+ 时,取值为 2;信用等级为 AA 时,取值为 3;信用等级为 AA- 时,取值为 4。根据前面的分析,变量 CreditClass 预期的回归系数符号为正。

除了债券的信用评级能反映债券的投资风险以外,可转债的剩余时间也在一定程度上衡量债券的投资风险。刘峨平和韦科帆(2006)^[12]和 Batten et al. (2018)^[24]的研究均表明可转债的到期日越远,投资者面临的投资风险越大,可转债的需求就会受到抑制,进而会压低市场价格,增大定价偏差率。为此,我们定义 sqrTime 变量,以此来衡量可转债剩余时间的长短,进而分析该变量对定价偏差率的影响。

$$\text{sqrTime} = \sqrt{\text{剩余期限}} \quad (6)$$

根据前面的分析,变量 sqrTime 预期的回归系数符号为正。

四、实证结果及其分析

(一) 二叉树模型的步数对定价偏差率的影响

表 2 是二叉树模型的步数分别为 200 步、400 步、800 步、1600 步、3200 步以及 6400 步情况下定价偏差率的描述性统计。从表 2 可以看出,首先,定价偏差率的均值和中位数都大于 0,这意味着可转债的理论价格普遍大于市场价格,因此,我国可转债的市场价格普遍存在低估的现象,这与已有文献的研究结果是一致的^[12,13,25,26]。其次,二叉树模型的步数对定价偏差率的最大值、最小值以定价偏差率的标准差几乎没有影响,而对定价偏差率的均值和中位数产生明显的影响,随着二叉树模型步数的增加,定价偏差率的均值和中位数均呈现下降趋势。这与我们之前的分析和预期是一致的,随着二叉树模型步数的不断增加,二叉树模型对期权定价的误差也逐渐降低,以至于理论价格越接近市场价格,进而导致定价偏差率降低的现象。

表 2 在不同二叉树模型步数下定价偏差率的描述性统计

步数	最大值	最小值①	均值	中位数	标准差
200	29.33%	-29.85%	2.25%	2.23%	5.98%
400	29.33%	-29.67%	2.06%	2.02%	5.96%
800	29.33%	-30.72%	1.92%	1.86%	5.95%
1600	29.33%	-30.32%	1.75%	1.67%	5.93%
3200	29.33%	-30.72%	1.68%	1.61%	5.93%
6400	29.33%	-30.64%	1.63%	1.55%	5.93%

(二) 其他因素对定价偏差率的影响

为了进一步考察其他因素对定价偏差率的影响,我们先以 1600 步的定价偏差率为例,通过回归分析考察前面分析的各变量对定价偏差率的影响。

1. 各解释变量的描述性统计

表 3 是各解释变量的描述性统计。从表 3 可以看出,我们所选择的样本可转债平均而言具有正的纯债溢价率,可转债价格相对于纯债价值的平均溢价率为 19.33%。而可转债指数过去 30 个交易日的累计收益率(Ridx)平为负,约 -0.19%。从可转债样本的剩余时间看,最短有两年以上,平均剩余时间将近 5 年。从变量 Creditclass 的均值看(2.45),评级在 AA+ 以及以上的债券数量小于 AA 以及以下的债券数量。最后,

① 我们发现不同二叉树步数下,定价偏差率的最大值均为 29.33%。究其原因,我们发现该定价偏差率对应于 2018 年 7 月 23 日康泰转债(123008)的定价结果,而在这一天,标的股票收盘价为 57.96,转股价为 31.23,转股期权处于深度实值状态,这才导致理论价格没有受到二叉树步数的影响。

从各变量之间的相关系数看,各变量之间的相关性较低,因而可以排除多重共线性对回归结果的影响。

表3 解释变量描述统计

变量名称	Moneyiness	Ridx	sqrTime	Creditclass
均值	19.33%	-0.19%	2.23	2.45
标准差	15.50%	3.52%	0.17	0.89
最小值	-13.97%	-49.48%	1.54	1.00
最大值	148.26%	16.11%	2.44	4.00
相关系数	1.0000			
Ridx	-0.0040	1.0000		
sqrTime	0.3274 *	-0.0479 *	1.0000	
Creditclass	-0.1289 *	0.0176 *	0.2244 *	1.0000

注:表中变量 Moneyiness 代表的是可转债的纯债溢价率;变量 Ridx 代表的是可转债指数过去 30 个交易日的累计收益率;变量 sqrTime 代表的是可转债剩余时间的平方根;而变量 Creditclass 代表的是可转债的信用评级。*, **, *** 分别代表在 90%, 95%, 和 99% 的置信水平下显著。

2. 回归结果及分析

表4 是不同模型下各解释变量对定价偏差率的影响。从表4 可以看出,不同模型下各变量对定价偏差率的影响是一致的,具体而言,代表可转债市场行情的 Moneyiness 和 Ridx 变量均对定价偏差率产生显著的负向影响;而代表投资风险的 CreditClass 和 sqrTime 变量均对定价偏差率产生显著的正向影响。这个结果与我们前面的分析是一致的,也进一步验证了现有文献的相关结论^[12,14,20,24]。

表4 不同模型下的回归结果

变量	模型 1	模型 2	模型 3
Moneyiness	-8.24% (***)		-10.94% (***)
Ridx	-26.94% (***)		-24.50% (***)
CreditClass		2.58% (***)	2.35% (***)
sqrTime		1.63% (***)	5.17% (***)
_cons	-25.53% (***)	-31.50% (***)	-37.99% (***)
Year fixed - effect	Yes	Yes	Yes
Industry fixed - effect	Yes	Yes	Yes
Number of Observation	17196	17196	17199
Ajs R Squire	0.4387	0.4850	0.5669
F_Value	1593.94	1307.18	1669.43

注:表中变量 Moneyiness 代表的是可转债的纯债溢价率;变量 Ridx 代表的是可转债指数过去 30 个交易日的累计收益率;变量 sqrTime 代表的是可转债剩余时间的平方根;而变量 Creditclass 代表的是可转债的信用评级。*, **, *** 分别代表在 90%, 95%, 和 99% 的置信水平下显著。

3. 稳健性检验

首先,我们按照前面的方法,分别以不同二叉树步数下的定价偏差率为被解释变量进行回归分析,结果如表5 所示。从表5 可以看出,不管二叉树的步数为多少,回归结果中各变量对定价偏差率的影响与表4 一致,在此不再赘述。

表5 稳健性检验1 二叉树步数对实证结果的影响

变量	Bias ₂₀₀	Bias ₄₀₀	Bias ₈₀₀	Bias ₁₆₀₀	Bias ₃₂₀₀	Bias ₆₄₀₀
Moneyiness	-10.38% (***)	-10.75% (***)	-11.00% (***)	-10.94% (***)	-11.06% (***)	-11.12% (***)
Ridx	-24.74% (***)	-24.55% (***)	-24.43% (***)	-24.50% (***)	-24.50% (***)	-24.47% (***)
CreditClass	2.43% (***)	2.39% (***)	2.37% (***)	2.35% (***)	2.37% (***)	2.33% (***)
sqrTime	5.06% (***)	4.96% (***)	4.84% (***)	5.17% (***)	5.11% (***)	5.08% (***)
_cons	-37.51% (***)	-37.35% (***)	-37.11% (***)	-37.99% (***)	-41.40% (***)	-37.83% (***)

变量	Bias ₂₀₀	Bias ₄₀₀	Bias ₈₀₀	Bias ₁₆₀₀	Bias ₃₂₀₀	Bias ₆₄₀₀
Year fixed - effect	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Industry fixed - effect	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Number of Observation	17196	17197	17198	17199	17200	17201
Ajs R Square	0.5486	0.5584	0.5640	0.5669	0.5696	0.5716
F_Value	1538.57	1610.94	1647.86	1669.43	1684.18	1701.22

注:表中 Bias₂₀₀, Bias₄₀₀, Bias₈₀₀, Bias₁₆₀₀, Bias₃₂₀₀, Bias₆₄₀₀ 分别代表二叉树模型的步数分别为 200 步、400 步、800 步、1600 步、3200 步以及 6400 步时的定价偏差率;变量 Moneyiness 代表的是可转债的纯债溢价率;变量 Ridix 代表的是可转债指数过去 30 个交易日的累计收益率;变量 sqrTime 代表的是可转债剩余时间的平方根;而变量 Creditclass 代表的是可转债的信用评级。*, **, *** 分别代表在 90%, 95%, 和 99% 的置信水平下显著。

其次,考虑到规模小的可转债相对于规模大的可转债更容易被推高价格,进而影响到前面分析的那些因素对定价偏差率的影响,我们以平均发行规模为分界点,把所有的可转债按照发行规模分成两组,进而检验前面回归结果的稳健性。此外,考虑到在有效性较低的市场上可转债的价格更容易被推高,进而影响到前面的实证结果,我们把所有的可转债按照发行市场分成两组,进而检验前面回归结果的稳健性。相应的结果见表 6。

从表 6 可以看出,首先,虽然不同规模组别下,定价偏差率对各解释变量的回归系数有所差异,但不管是规模较大还是规模较小的组,各个解释变量对定价偏差率的影响均与表 4 的结果保持一致;其次,我们也发现可转债的发行市场也没有影响到前面的实证结果。因而,我们的结果相对于可转债规模和发行市场是稳健的。

表 6 稳健性检验 2 可转债规模和发行市场对实证结果的影响

变量	按照可转债发行规模分组		按照可转债发行市场分组	
	大规模	小规模	深市	沪市
Moneyiness	-12.72% (***)	-13.35% (***)	-10.97% (***)	-13.69% (***)
Ridix	-18.53% (***)	-33.80% (***)	-28.09% (***)	-22.39% (***)
CreditClass	2.09% (***)	4.94% (***)	3.12% (***)	0.89% (***)
sqrTime	8.11% (***)	10.21% (***)	3.45% (***)	12.23% (***)
_cons	-43.59% (***)	-40.82% (***)	-15.85% (***)	-54.15% (***)
Year fixed - effect	Yes	Yes	Yes	Yes
Industry fixed - effect	Yes	Yes	Yes	Yes
Number of Observation	9580	7616	9288	7908
Ajs R Square	0.5851	0.5853	0.5755	0.6083
F_Value	844.98	1298.15	1404.20	947.92

注:表中变量 Moneyiness 代表的是可转债的纯债溢价率;变量 Ridix 代表的是可转债指数过去 30 个交易日的累计收益率;变量 sqrTime 代表的是可转债剩余时间的平方根;而变量 Creditclass 代表的是可转债的信用评级。*, **, *** 分别代表在 90%, 95%, 和 99% 的置信水平下显著。

五、结论

对可转债进行准确定价不管是在业界还是在学术界都是非常重要的一个问题。本文选择 49 只可转债为样本,基于二叉树模型对可转债进行定价的基础上,进一步从可转债市场行情特征和投资风险等方面分析和实证检验了这些因素对定价偏差率的影响。结果发现:(1)由二叉树模型得到的理论价格普遍高于可转债的市场价格,平均而言,理论价格高出市场价格约 2%,且随着二叉树步数的增加,理论价格高出市场价格的比率有降低趋势;(2)代表个别可转债市场行情的纯债溢价率和代表整个可转债市场行情的指数累计收益率对定价偏差率产生显著的负向影响,而代表债券投资风险的债券信用评级和剩余时间均对定价偏差率

产生显著的正向影响。我们的研究不仅印证已有的研究结论,更重要的是从影响定价结果和可转债市场价格的两个角度分析了影响定价偏差率的因素,进而拓宽了分析影响可转债定价偏差率的空间。

参考文献:

- [1] Ingersoll, J. E. A contingent - claims valuation of convertible securities[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 4(3): 289 - 321.
- [2] Brennan, M. J. , E. S. Schwartz. Convertible Bonds: Valuation and Optimal Strategies for Call and Conversion [J]. The Journal of Finance, 1977, 32(5): 1699 - 1715.
- [3] Brennan, M. J. , Schwartz, E. S. Analyzing convertible bonds[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1980, 15(4): 907 - 929.
- [4] Finnerty, J. D. Valuing convertible bonds and the option to exchange bonds for stock[J]. Journal of Corporate Finance, 2015, 31: 91 - 115.
- [5] 陈晓红, 吴小瑾, 彭佳. 一种新的基于公司价值的可转债定价方法[J]. 系统工程学报, 2007, 22(1): 34 - 39.
- [6] McConnell, J. J. , Schwartz, E. S. LYON Taming[J]. Journal of Finance, 1986, 41(3): 561 - 576.
- [7] Tsiveriotis, K. , Fernandes, C. Valuing convertible bonds with credit risk[J]. Journal of Fixed Income, 1998, 8(2): 95 - 102.
- [8] Barone - Adesi, G. , Bermudez, A. , Hatgioannides, J. Two - factor convertible bonds valuation using the method of characteristics/finite elements[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2003, 27(10): 1801 - 1831.
- [9] Ayache, E. , Forsyth, P. A. , Vetzal, K. R. Valuation of convertible bonds with credit risk[J]. Journal of Derivatives, 2003, 11(1): 9 - 29.
- [10] Andersen, L. , Buffum, D. Calibration and implementation of convertible bond models[J]. Journal of Computational Finance, 2004, 7(2): 1 - 34.
- [11] 马超群, 唐耿. 引入信用风险的可转债定价模型及其实证研究[J]. 系统工程, 2004(08): 69 - 73.
- [12] 刘峨平, 韦科帆. 可转换债券价值低估的影响因素研究[J]. 金融研究, 2006(9): 118 - 128.
- [13] 赖其男, 姚长辉, 王志诚. 关于我国可转换债券定价的实证研究[J]. 金融研究, 2005(9): 105 - 121.
- [14] Ammann, M. , Kind, A. H. , Wilde, C. Are Convertible Bonds Underpriced?: An Analysis of the French Market [J]. Journal of Banking and Finance, 2003, 27(4): 635 - 653.
- [15] Ammann, M. , Kind, A. H. , Wilde, C. Simulation - based pricing of convertible bonds[J]. Journal of Empirical Finance, 2008, 15(2): 310 - 331.
- [16] Hung, M. - W. , Wang, J. - Y. Pricing convertible bonds subject to default risk[J]. Journal of Derivatives, 2002, 10(2): 75 - 87.
- [17] 谢百帅, 张卫国, 廖萍康, 陈雅娜. 基于三叉树模型带信用风险的可转债定价[J], 系统工程, 2013, 31(9): 18 - 23.
- [18] 李念夷, 陈懿冰. 基于违约风险的三叉树模型在可转债定价中的应用研究[J]. 管理评论, 2011, 23(12): 26 - 31.
- [19] Carayannopoulos, P. , Kalimpalli, M. Convertible bond prices and inherent biases[J]. Journal of Fixed Income, 2003, 13(1): 64 - 73.
- [20] 马长福, 许威, 袁先智. 基于双因子柳树的中国可转换债券定价研究[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(12): 3011 - 3023.
- [21] Gushchin. V. , Curien, E. The pricing of convertible bonds within the Tsiveriotis and Fernandes framework with exogenous credit spread: Empirical analysis[J]. Journal of Derivatives & Hedge Funds, 2008, 14(1): 50 - 65.
- [22] Longstaff, F. A. , Schwartz, E. S. Valuing American Options by Simulation: A Simple Least - Squares Approach [J]. The Review of Financial Studies, 2001, 14(1): 113 - 147.

- [23] 韩立岩, 牟晖, 王颖. 基于偏最小二乘回归的可转债定价模型及其实证研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(4): 81 – 87.
- [24] 刘大巍, 陈启宏, 张翀. 关于我国可转债定价修正模型的实证研究[J]. 管理工程学报, 2011, 25(1): 184 – 191.
- [25] 冯建芬, 周轩宇, 段梦菲. 可转债期权条款设计与影响分析[J]. 管理评论, 2018, 30(8): 58 – 68.
- [26] Luo, X., Zhang, J. Pricing Chinese Convertible Bonds with Default Intensity by Monte Carlo Method[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2019(4): 1 – 8.
- [27] Park, K., Jung, M., Lee, S. Credit ratings and convertible bond prices: a simulation – based valuation[J]. The European Journal of Finance, 2018, 24(12): 1 – 29.
- [28] Batten, J. A., Khaw, K. L. – H., Young, M. R. Pricing convertible bonds[J]. Journal of Banking and Finance, 2018, 92: 216 – 236.
- [29] 郑振龙, 林海. 中国可转换债券定价研究[J]. 厦门大学学报(哲学社会科学版), 2004(2): 93 – 99.
- [30] Cox J. Ross S., Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach[J]. Journal of Financial Economics, 1979, 10(7): 229 – 264.

Pricing of Convertible Bonds based on Binary Tree Model: Analysis of Influencing Factors of Pricing Deviation

JIANG Chonghui^{a,b}, FENG Linjun^a

(a. School of Finance; b. Research Centre of Financial Development and Risk Prevention,
Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract: Accurate pricing of convertible bonds is a very important issue in both academia and industry. In this paper, 49 convertibles in China are selected as samples, and on the basis of pricing convertibles based on binary tree model, the factors affecting pricing deviation rate are analyzed empirically from two perspectives: theoretical price and market price of convertibles. The results show that: (1) On average, the theoretical price obtained from the binary tree model is higher than the market price of convertible bonds, and the theoretical price is about 2% higher than the market price. With the increase of the number of steps of the binary tree, the mean and median of pricing deviation rate show a downward trend. (2) The pure bond premium rate representing the market situation of individual convertible bonds and the index cumulative yield representing the market situation of the whole convertible bond market have a significant negative impact on pricing deviation rate. However, the credit rating and remaining time which represent the risk of bond investment have a significant positive effect on the pricing deviation rate.

Key words: Pricing of convertible bonds; Binary tree; Pricing deviation; Influencing factors

(责任编辑: 罗序斌)